

## 4. Übungsblatt zur VL "Dynamische Systeme"

Abgabe: Mi., 21.05.2008, vor der VL

## 4.1.

Die Bevölkerung der USA betrug in den Jahren

1950	150.697.361
1960	179.323.175
1970	203.184.772

Wie groß ist die Bevölkerung im Jahre 2010, wenn man von einem beschränkten Wachstum ausgeht?

Wie groß ist der Grenzwert der Population?

Wann wendet sich das Wachstum?

## 4.2.

Gebe, falls existent, eine Lipschitz-Konstante für folgende Funktionen an:

- a)  $f(x) = |x|$ ,  $x \in \mathbb{R}$   
 b)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ,  $|x| \leq 1$   
 c)  $f(x) = 1/x$ ,  $x \geq 1$   
 d)  $v(x, y) = (x + 2y, -y)$ ,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$   
 e)  $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2+y^2}$ ,  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

## 4.3.

Verwende das Verfahren aus dem Beweis des Satzes von Picard-Lindelöf, um eine Approximation der Lösung des Anfangswertproblems

- a)  $\dot{x} = x^2$ ,  $x(0) = 1$   
 b)  $\dot{x} = \sin x$ ,  $x(0) = 0$

zu konstruieren. Wie sieht die exakte Lösung der ersten DGL aus?

## 4.4.

Sei  $v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  das unstetige Vektorfeld

$$v(x) := \begin{cases} 1 & x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}.$$

Hat  $v$  eine Integralkurve  $c$ , die auf einem offenen Intervall um 1 definiert ist?